

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)
**Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –
Специализированный учебно-научный центр Университета (СУНЦ НГУ)**
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

СОГЛАСОВАНО Заместитель директора по УР  (Петровская О.В.) 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДЕНО На заседании ученого совета СУНЦ НГУ Протокол № 48 от 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ Директор СУНЦ НГУ  (Некрасова Л.А.) 23 ноября 2023 г.
--	--	--

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
курса внеурочной деятельности «Теорема Абеля в задачах»

Заведующий кафедрой математических наук
Миронов Андрей Евгеньевич, д.ф.-м.н., чл.корр РАН



Новосибирск 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Аннотация программы спецкурса

Спецкурс призван

- 1) познакомить слушателей с ключевыми понятиями современной алгебры такими, как кольца, поля, группы, векторные пространства и некоторыми понятиями, возникающими в процессе их изучения (размерность, степень расширения и т. д.), и тем самым облегчить высшей алгебры на первых курсах физико-математических и естественно-научных направлений в высших учебных заведениях;
- 2) объяснить смысл и историю возникновения тех или иных понятий, проследить их связь с другими разделами математики;
- 3) предложить серию задач для самостоятельного исследования.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Язык, понятия и результаты современной алгебры являются общепринятым аппаратом современной математики, и изучение высшей алгебры на первых курсах является безусловно необходимым условием успешного понимания и освоения остальных математических предметов, с которыми сталкивается любой студент вуза физико-математического или естественно-научного профиля. Как показывает практика преподавания, одной из основных проблем, с которыми сталкиваются студенты при изучении алгебры состоит в том, что, во-первых, вузовская алгебра сильно отличается от привычной школьной и, во-вторых, в обилии новых довольно абстрактных понятий, свободное оперирование которыми возможно только после некоторой, часто довольно продолжительной практики. В результате знакомства с материалом спецкурса слушатели смогут осознать естественность возникающих понятий, привыкнуть к ним, понять их полезность и научиться относительно свободно ими оперировать. Кроме того, спецкурс построен таким образом, что позволит соотнести возникающие понятия с историей развития математики. Он даст возможность увидеть истоки этих понятий в привычных школьных задачах. Таким образом, спецкурс облегчит изучение алгебры и других математических дисциплин в вузах, а также будет способствовать популяризации математики.

СОДЕРЖАНИЕ СПЕЦКУРСА

Алгебраические уравнения и многочлены. Введение. Истоки современной алгебры. Решение уравнений малых более высоких степеней. Исторические замечания. Неразрешимые задачи с элементарной постановкой.

Кольца и поля. Числа и многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены и простые числа. Кольца и поля: известные и новые примеры.

Векторные пространства. Векторные пространства над числовыми и произвольными полями. Примеры. Линейная независимость, порождающие наборы векторов. Базис и размерность.

Расширения полей. Степень расширения. Теорема о башне. Корни многочленов в расширениях. Присоединение корня. Поле разложения. Конечные поля: простейшие факты. Построение поля порядка 4.

Группы и действия. Группы биекций (подстановок) и группа как абстрактное понятие. Построение небольших групп. Группы подстановок. Группы автоморфизмов. Группы правильных многоугольников и многогранников. Группы расширений поля. Подгруппы. Циклические подгруппы и порядки элементов. Подгруппа, порожденная множеством. Теорема Лагранжа. Действие группы на множестве, стабилизаторы и орбиты. Сопряжение. Нормальные подгруппы и факторгруппы. Коммутатор и коммутант. Разрешимая группа. Разрешимость симметрических групп степени не выше четырех. Неразрешимость симметрической и знакопеременной группы степени 5.

Приложения. Порядки групп многогранников. Группы поверхностей. Задачи на построение циркулем и линейкой.

Решение задач.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Воспитательный компонент
Раздел 1. Алгебраические уравнения и многочлены.			
1.1.	Введение. Истоки современной алгебры. Решение уравнений малых более высоких степеней. Исторические замечания. Неразрешимые задачи элементарной постановкой.	1	<p>Готовность обучающихся к саморазвитию, самостоятельности и личному самоопределению.</p> <p>Сформированность ценностей самостоятельности и инициативы.</p>
Итого по разделу		1	
Раздел 2. Кольца и поля.			
2.1.	Числа и многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.	1	<p>Готовность обучающихся к саморазвитию, самостоятельности и личному самоопределению.</p>
2.2.	Неприводимые многочлены и простые числа. Кольца и поля: известные новые примеры.	1	<p>Сформированность ценностей самостоятельности и инициативы.</p>
Итого по разделу		2	
Раздел 3. Векторные пространства.			
3.1.	Векторные пространства. Векторные пространства над числовыми и произвольными полями. Примеры. Линейная независимость, порождающие наборы векторов. Базис и размерность.	2	<p>Готовность обучающихся к саморазвитию, самостоятельности и личному самоопределению.</p> <p>Сформированность ценностей самостоятельности и инициативы.</p>

Всего		2	
Раздел 4. Расширения полей.			
4.1.	Степень расширения. Теорема о башне. Корни многочленов в расширениях. Присоединение корня.	1	Развитие и поддержка одаренности обучающихся и обеспечение участия в олимпиадах и конкурсах.
4.2.	Поле комплексных чисел. Конечные поля, их основные свойства. Построение поля порядка 4.	2	
Всего		3	
Раздел 5. Группы и действия.			
5.1.	Группы биекций (подстановок) и группа как абстрактное понятие. Построение небольших групп. Группы подстановок.	1	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира
5.2.	Группы автоморфизмов. Группы правильных многоугольников и многогранников. Группы расширений поля.	1	
5.3.	Подгруппы. Циклические подгруппы и порядки элементов. Подгруппа, порожденная множеством. Теорема Лагранжа.	2	
5.4.	Действие группы на множестве, стабилизаторы и орбиты. Сопряжение. Нормальные подгруппы и факторгруппы. Коммутатор и коммутант.	2	
5.6.	Разрешимая группа. Разрешимость симметрических групп степени не выше четырех. Неразрешимость симметрической и знакопеременной группы степени 5.	2	
Всего		8	
Раздел 6. Приложения.			

6.1.	Порядки групп многогранников. Группы поверхностей. Задачи на построение циркулем и линейкой.	2	Готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.
Итого по разделу		2	
Всего лекций		20	
Проведение консультаций, обсуждение задач, подготовка к сдаче зачета, проведение зачета		9	
Всего		29	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

1. А.И.Кострикин, Введение в алгебру. — М.: Наука, 1977.
2. М.М.Постников, Теория Галуа. М.: Изд-во Физ-мат. литературы, 1963.
3. Ю.И.Манин, О разрешимости задач на построение с помощью циркуля и линейки // Энциклопедия элементарной математики. М.: Физматгиз, 1963.
4. В.Б.Алексеев, Теорема Абеля в задачах и решениях. М.: МЦНМО, 2001.
2. В.В.Прасолов, Три классические задачи на построение. М.: Наука, 1992.